

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІННОВАЦІЙНОЇ ЕКОНОМІКИ

Розроблена математична модель товарообміну вільних товаровиробників в умовах розширеного відтворення на базі математичної моделі вільного ринку, моделі економічного зростання Солоу з урахуванням впливу науково – технічного прогресу по Тімбергену і функціональній залежності показника науково – технічного прогресу відповідно до моделі, коли показник науково – технічного прогресу  $\epsilon$ , в загальному випадку, випадковою функцією і функціонально залежить від функції накопичення інформації в економічній системі; розроблено алгоритм для цієї математичної моделі товарообміну вільних товаровиробників, і він реалізований за допомогою програмного забезпечення MathCAD 14.

**Ключові слова:** показник науково - технічного прогресу, мультиплікативна виробнича функція, коефіцієнти адаптації інформації, коефіцієнти застосування інформації, закон накопичення інформації, інноваційна економіка.

**Постановка проблеми.** У неокласичній економічній теорії, яка є "головною течією" сучасної економічної науки, найзагальнішим визначенням ринку виступає дефініція його як сфери, в якій індивідууми вільно обмінюються товарами, будучи обмежені лише загальними правовими нормами, що в рівній мірі відносяться до всіх учасників [1,2, с.56, 3, с. 125]. Неокласики вважають, що ринок – це природний процес, породжений діями індивідуумів, кожний з яких переслідує свої цілі; з хаосу їх дій складається "спонтанний порядок", що забезпечує їм свободу вибору. Діаметрально протилежний тип економічної координації – не ринковий, а директивний, – відрізняється, на думку неокласиків, саме тим, що ліквідація спонтанного саморозвитку знищує і економічну свободу. Наприклад, в [4, с.153] затверджується, що ступінь прогнозування знижується в періоди хаотичної поведінки ринку, тобто в умовах ідеального вільного хаотичного стану. У роботах [5,6] розроблена математична модель і створений алгоритм, реалізований за допомогою програмного забезпечення MathCAD 14, товарообміну вільних товаровиробників на основі апа-

рату випадкових функцій і теорії ігор, що адекватно описує реальний вільний ринок і що дозволяє прогнозувати динаміку його змін, виходячи з його первинних характеристик. Модель розроблена для випадку нерозширеного відтворення. Вказана модель підтверджується практикою реального вільного ринку міжнародної торгівлі [7]. Тому було б актуально модернізувати цю модель для умов розширеного відтворення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Як вже указувалося в роботі [4], ступінь прогнозування знижується в періоди хаотичної поведінки ринку, тобто в умовах ідеального вільного хаотичного стану, але в роботах [5,6,8] були одержані результати, що дозволяють прогнозувати таку хаотичну поведінку вільного ринку для випадку нерозширеного відтворення в умовах вільної конкуренції.

Тому було б актуально розповсюдити викладений в цих роботах [5,6,8] підхід на випадок розширеного відтворення. Враховуючи, що науково - технічний прогрес, в економічній моделі Солоу [9], є єдиною умовою безперервного зростання економіки і рівня життя, оскільки лише при його наявності спостері-



гається стійке зростання випуску продукції на душу населення, відповідно до Тімбергена [10, с. 55], враховуватимемо розширення відтворення тільки за рахунок науково – технічного прогресу.

У роботі [11] розроблена математична модель, що дозволяє визначити об'єктивний вид функції показника технічного прогресу в мультиплікативній виробничій функції економічного зростання в неокласичній моделі Роберта Солоу, вид якого співпадає із статистичним матеріалом для показника Тімбергена науково – технічного прогресу. Ця, згадана модель, указує на науково – технічний прогрес, як екзогенний чинник, який в першому наближенні не залежить від величини капіталу товаровиробника, а залежить головним чином від накопичення інформації в економічній системі. Тобто розширення відтворення капіталу відбувається, головним чином, за рахунок інновацій слабо пов'язаних з величиною капіталу у товаровиробника і конкурентного перерозподілу капіталу, відповідно до моделі [11].

**Мета роботи.** Метою роботи - є побудова математичної моделі, що адекватно описує взаємодію капіталів на вільному ринку і що дозволяє прогнозувати їх зміну в умовах розширеного відтворення завдяки впровадженню інновацій.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для реалізації математичної моделі, що адекватно описує взаємодію капіталів на вільному ринку в умовах розширеного відтворення за допомогою

впровадження інновацій доповнимо модель [5, 6, 8] вектором розширеного відтворення, дії якого моделюватимуть функцію показника науково - технічного прогресу [11, с. 9].

$$A = \beta(t)n_0 e^{\alpha(t)t}, \quad (1)$$

де  $t$  – проміжок часу, за який вивчається економічне зростання  $\alpha(t)$  – коефіцієнт адаптації інформації,  $\beta(t)$  - коефіцієнт застосування інформації,  $n_0$  - відповідає накопиченій адаптованій інформації у момент часу рівний

$t = 0$ , або цьому показнику приведеному до базового початкового періоду [11, с. 9]

$$A' = \beta e^{\alpha}, \quad (2)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт адаптації інформації,  $\beta$  - коефіцієнт застосування інформації.

Для простоти вважатимемо  $\alpha = 1$ , тобто інформація в системі вся адаптується і не втрачається, а  $\beta$  - рівномірно розподіленою, серед всіх товаровиробників, незалежно від величини їх капіталу, випадковою величиною. Тобто усі товаровиробники рівні до умов впровадження інновацій, а впроваджують їх лише ті, хто має змогу, що відповідає випадковому процесу впровадження інновацій.

Алгоритм вказаної математичної моделі реалізовано за допомогою програмного забезпечення MathCAD 14 [12], він приведений на рис. 1:



```

A :=
m ← 1
for m ∈ 1 .. 800
  i ← 1
  for i ∈ 1 .. 9
    j ← i + 1
    for j ∈ i + 1 .. 10
      if Ki ≤ 0 ∨ Kj ≤ 0
        Ki ← Ki + 0
        Kj ← Kj + 0
      otherwise
        if Ki ≥ Kj
          q ← 0.5 ·  $\frac{K_i}{K_i + K_j}$ 
          a ← |rbinom(1, 1, q)|
          if a > 0
            Ki ← Ki + 1
            Kj ← Kj - 1
          otherwise
            Ki ← Ki + 0
            Kj ← Kj + 0
        otherwise
          q ← 0.5 ·  $\frac{K_j}{K_i + K_j}$ 
          a ← |rbinom(1, 1, q)|
          if a > 0
            Kj ← Kj + 1
            Ki ← Ki - 1
          otherwise
            Kj ← Kj + 0
            Ki ← Ki + 0
    j ← j + 1
  i ← i + 1
  R(m) ← rbinom(10, 1, 0.1)
  W(m) ← K +  $\sum_{n=1}^m R^{(n)}$ 
m ← m + 1
w

```

Рис.1. Приклад програми для цієї математичної моделі

Нижче на рис. 2 і 3 приведені сценарії розвитку системи товаровиробників залежно від умов розширеного і нерозширеного відтворення. На рис. 2 і 3 приведені послідовні зміни розрахункової кривої Лоренца від N1(x) до N801(x) для даної моделі товаровиробників при темпах розширеного відтворення капіталу 0,0075% і 1,0188% за цикл товарообігу, пунктирні лінії – збіль-

шення диференціації товаровиробників, суцільні - зменшення диференціації з – за зростання відтворення. Для порівняння на рис. 4 приведені розрахункові криві Лоренца, для тієї ж системи товаровиробників при нерозширеному відтворенні – темп 0%. При розширеному відтворенні на осі капіталів, X приведені величини капіталів приведених до початкового капіталу.



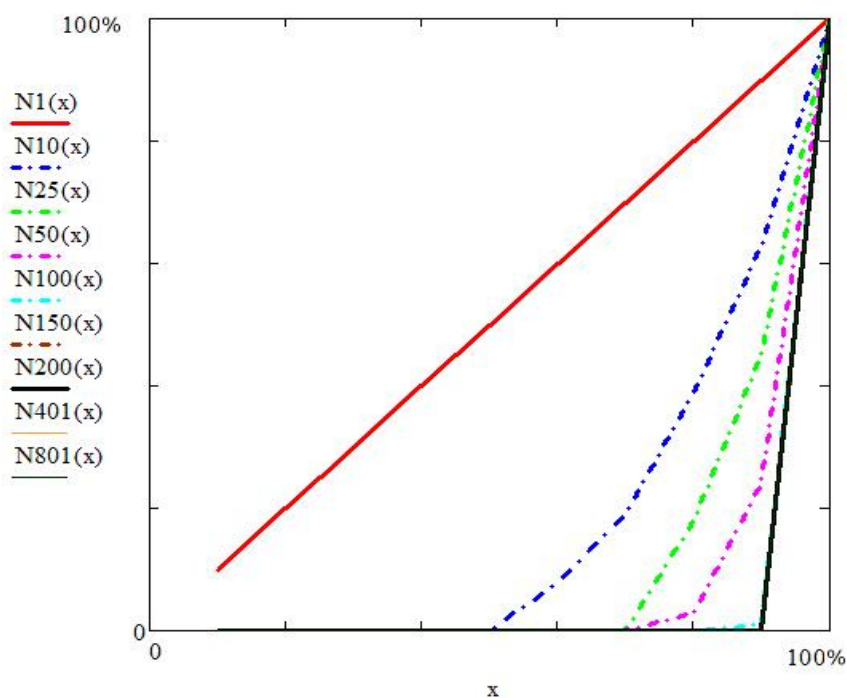


Рис. 2. Послідовна зміна розрахункової кривої Лоренца від N1(x) до N801(x) для даної моделі товаровиробників при темпі розширеного відтворення капіталу 0,0075% за цикл товарообігу, пунктирні лінії – збільшення диференціації товаровиробників, суцільні - зменшення диференціації з – за зростання відтворення. Вісь X – сумарний капітал товаровиробників, вісь Y – кількість товаровиробників

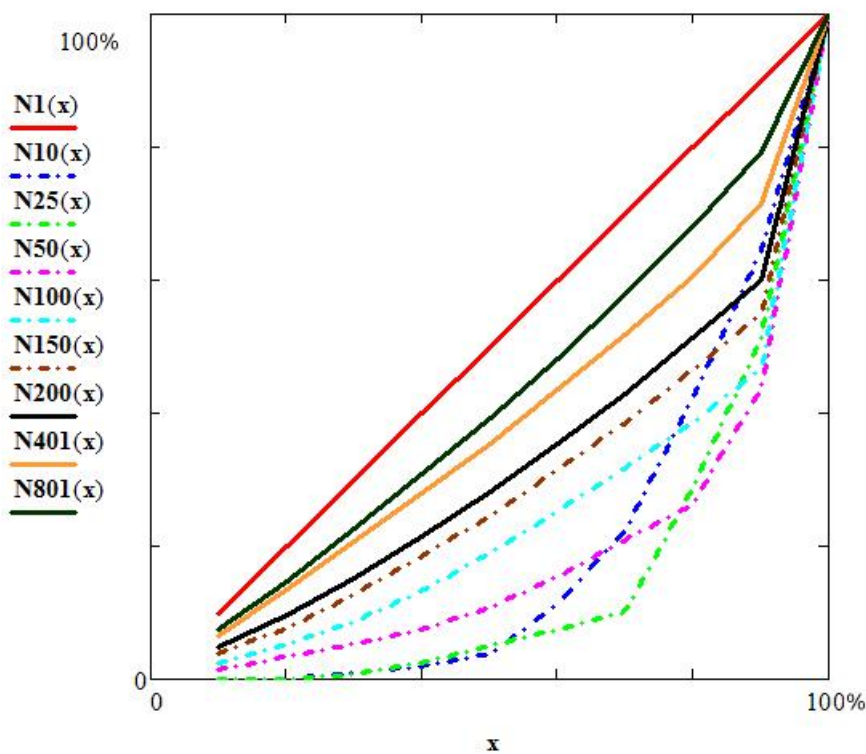


Рис.3. Послідовна зміна розрахункової кривої Лоренца від N1(x) до N801(x) для даної моделі товаровиробників при темпі розширеного відтворення капіталу 1,0188% за цикл товарообігу, пунктирні лінії – збільшення диференціації товаровиробників, суцільні - зменшення диференціації з – за зростання відтворення. Вісь X – сумарний капітал товаровиробників, вісь Y – кількість товаровиробників



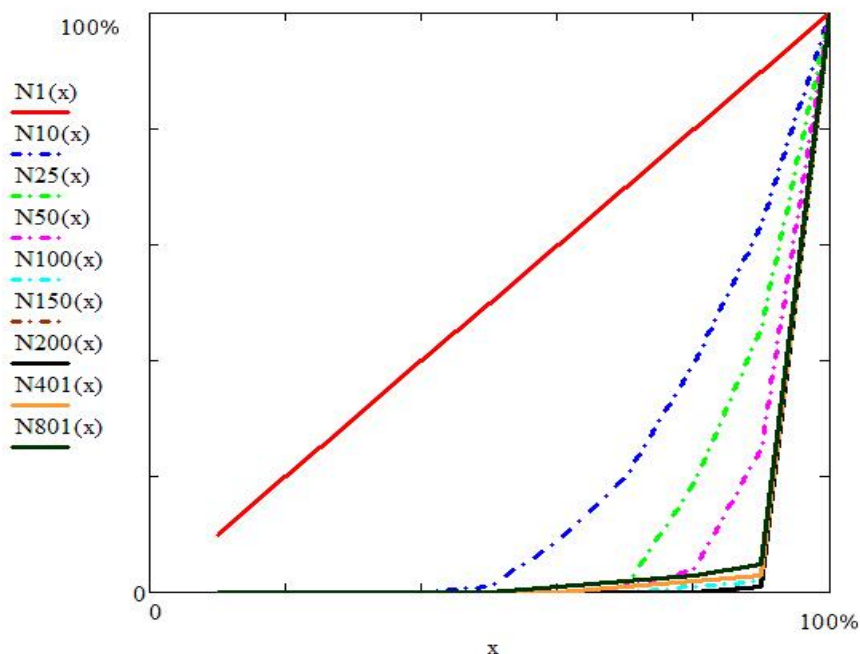


Рис. 4. Послідовна зміна розрахунковій кривої Лоренца від  $N1(x)$  до  $N801(x)$  для даної моделі товаровиробників при нерозширеному відтворенні, темп дорівнює 0%. Вісь X – сумарний капітал товаровиробників, вісь Y – кількість товаровиробників

З рис. 2, 3, 4 видно, що при низьких темпах зростання розширеного відтворення 0,0075% результати мало відрізняються від результатів нерозширеного відтворення, але при значних темпах зростання розширеного відтворення - 1,0188% процес накопичення капіталу товаровиробниками проходить дві стадії: стадію конкурентної диференціації, коли частина товаровиробників нарощують

свій капітал в ході конкурентної боротьби за рахунок капіталів інших товаровиробників, і наступну стадію, коли проходить процес конвергенції капіталів товаровиробників за рахунок інноваційного зростання капіталів товаровиробників і зменшення дисперсії капіталів в системі товаровиробників. Це добре видно на рис. 5, 6, 7.

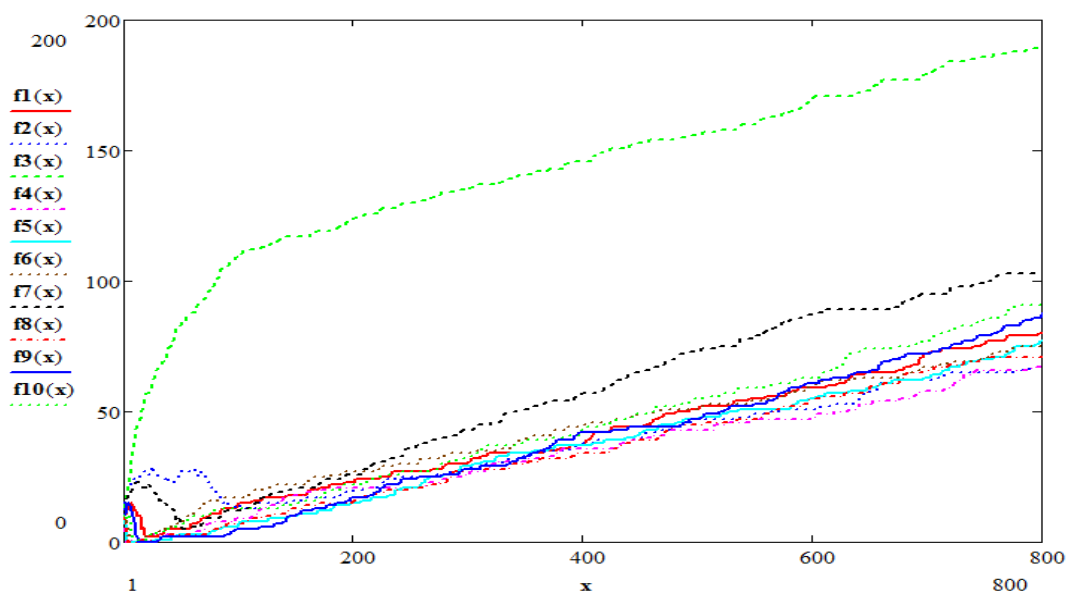


Рис. 5. Динаміка зміни системи з 10 індивідуальних капіталів:  $f1(x)$ , ..,  $f10(x)$  через 800 актів товарообміну,  $x$  при темпі розширеного відтворення капіталу 1,0188 % за цикл товарообігу



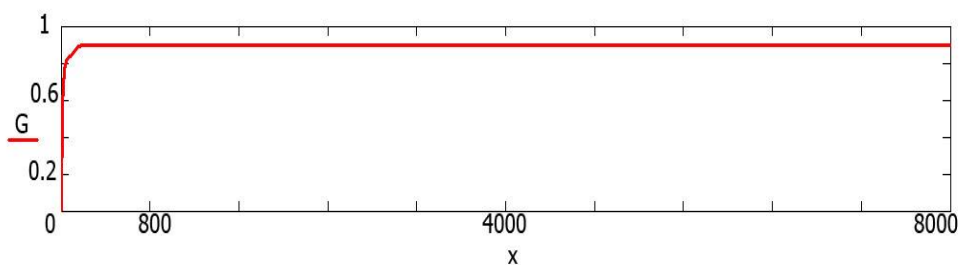


Рис. 6. Динаміка коефіцієнта Джині для випадку нерозширеного відтворення, темп дорівнює 0%, X - кількість циклів товарообігу

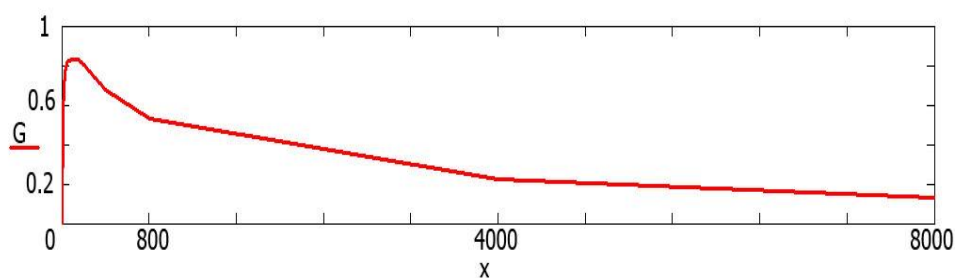


Рис. 7. Динаміка коефіцієнта Джині для випадку розширеного відтворення капіталу 1,0188% за цикл товарообігу, X - кількість циклів товарообігу

### Висновки та перспективи подальших досліджень.

1. Розроблена математична модель товарообміну вільних товаровиробників в умовах розширеного відтворення на базі математичної моделі вільного ринку [5], моделі економічного зростання Солю [9] з урахуванням впливу науково – технічного прогресу по Тімбергену [10] і функціональній залежності показника науково – технічного прогресу відповідно до моделі [11].

2. Розроблено алгоритм для цієї математичної моделі товарообміну вільних товаровиробників, і він реалізований за допомогою програмного забезпечення MathCAD 14.

3. З розробленої моделі видно, що, при низьких темпах зростання розширеного відтворення, результати, мало відрізняються від результатів моделі нерозширеного відтворення [5], але при значних темпах зростання розширеного відтворення процес накопичення капіталу товаровиробниками проходить дві стадії: стадію конкурентної диференціації, коли

частина товаровиробників нарощують свій капітал за рахунок конкурентної боротьби, за рахунок капіталів інших товаровиробників, і наступну стадію, коли проходить процес конвергенції капіталів товаровиробників за рахунок інноваційного зростання капіталів товаровиробників і зменшення дисперсії капіталів в системі товаровиробників.

4. Розроблена математична модель інноваційної економіки, яка відтворює економічну систему з перманентною конкуренцією між товаровиробниками із спонтанною демонополізацією за наявності стійкого науково - технічного прогресу в економіці.

### Література

1. Отличия рыночного обмена от других форм обмена. [http://www.krugosvet.ru/enc/gumanitarnye\\_nauki/ekonomika\\_i\\_pravo/RINOK.html](http://www.krugosvet.ru/enc/gumanitarnye_nauki/ekonomika_i_pravo/RINOK.html)





2. Лившиц А.Я. Введение в рыночную экономику: Курс лекций.– М., 1991.– 248 с.

3. Самуэльсон П.Э., Нордхауз В.Д. Экономика. – М.: Вильямс, 2000. – 688 с.

4. Теплов С.Е. Исследование и разработка модели спекулятивной торговли и применение гипотезы фрактального рынка капиталов: диссертация кандидата экономических наук: 08.00.13 / Теплов Сергей Евгеньевич, Москва, 2007. - 231 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.dissland.com/catalog/256799.html>

5. Дубовиков Н.М. Математическая модель дифференцирования капиталов товаропроизводителей на свободном рынке. //Моделирование и информатизация социально-экономического развития Украины. Сб. науч. раб. 2009 - №10.- с. 196 – 202.

6. Дубовиков М.М. Розробка алгоритму математичної моделі диференціювання капіталів товаровиробників на вільному ринку/ М.М. Дубовиков // Управління проектами та розвиток виробництва: Зб.наук.пр. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2011-4(40). – с. 139-142.

7. The World Bank: World Development Indicators, 7 October 2009. - [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://gtmarket.ru/ratings/rating-countries-gni/rating-countries-gni-info>

8. Dubovikov N. M. Mathematical Model of the Open Market //Економічний вісник Донбасу, 2011, № 4 – с. 33 - 37

9. Солоу Р. Перспективы теории роста // Мировая экономика и международные отношения. 1996. № 8 – с. 25-32.

10 Тинберген Я., Бос Х. Математические модели экономического роста. Пер. с англ. – М.: Изд – во «Прогресс», 1967 – 176 с.

11. Дубовиков М. М. Визначення об'єктивного виду функції багатofакторної продуктивності праці//Часопис економічних реформ науково-виробничий журнал, 2012, № 4(8), с. 6 -10.

12.Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в MathCAD.Учебный курс. СПб. – Питер, 2005 – 448с.

### References

1. Otlichija rynochnogo obmena ot drugikh form obmena. [http://www.krugosvet.ru/enc/gumanitarnye\\_nauki/ekonomika\\_i\\_pravo/RINOK.html](http://www.krugosvet.ru/enc/gumanitarnye_nauki/ekonomika_i_pravo/RINOK.html)

2. Livshic A.JA. Vvedenie v rynochnuju ehkonomiku: Kurs lekcij.– М., 1991.– 248 s.

3. Samuehl'son P.EH., Nordkhauz V.D. Ehkonomika. – М.: Vil'jams, 2000. – 688 s.

4. Teplov S.E. Issledovanie i razrabotka modeli spekuljativnoj torgovli i primeneniye gipotezy fraktal'nogo rynka kapitalov: dissertacija ... kandidata ehkonomicheskikh nauk: 08.00.13 / Teplov Sergej Evgen'evich, Moskva, 2007. - 231 s. [Elektronnij resurs] – Rezhim dostupu: <http://www.diJAland.com/catalog/256799.html>

5. Dubovikov N.M. Matematicheskaja model' differencirovanija kapitalov tovaroproizvoditelej na svobodnom rynke. //Modelirovanie i informatizacija social'no-ehkonomicheskogo razvitija Ukrainy. Sb. nauch. rab. 2009. - №10. 196 – 202.

6. Dubovikov M.M. Rozrobka algoritmu matematichno modeljo diferencjojuvannja kapjotaljov tovarovirobnikjov na vjol'nomu rinku/ М.М. Dubovikov // Upravljonnja proektami ta rozvitok virobnictva: Zb.nauk.pr. – Lugans'k: vid-vo SNU jom.. V.Dalja, 2011-4(40). – s. 139-142.

7. The World Bank: World Development Indicators, 7 October 2009. - [Elektronnij resurs] – Rezhim dostupu: <http://gtmarket.ru/ratings/rating-countries-gni/rating-countries-gni-info>

8. Dubovikov N. M. Mathematical Model of the Open Market <[http://www.nbu.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Evd/2011\\_4/3.pdf](http://www.nbu.gov.ua/portal/Soc_Gum/Evd/2011_4/3.pdf)>//vjosnik Donbasu , 2011, № 4 – с. 33 - 37



9. Solou R. Perspektivy teorii rosta // Mirovaja ehkonomika i mezhdunarodnye otnosheniya. 1996. № 8 – s. 25-32.

10 Tinbergen JA., Bos KH. Matematicheskie modeli ehkonomicheskogo rosta. Per. s angl. – M.: Izd – vo «Progress», 1967 – 176 s.

11. Dubovikov M. M. Vznachennja ob'ktivnogo vidu funkcjo bagatofaktorno produktivnostjo pracjo // Chasopis ekonomjochnikh reform naukovovirobnichij zhurnal, 2012, № 4(8), s. 6 -10.

12. Makarov E.G. Inzhenernye raschety v MathCAD.Uchebnyj kurs. Spb. – Piter, 2005 – 448 s.

**Дубовиков Н. М.**

**Математическая модель инновационной экономики**

Разработана математическая модель товарообмена свободных товаропроизводителей в условиях расширенного воспроизводства на базе математической модели свободного рынка, модели экономического роста Солоу с учетом влияния научно – технического прогресса по Тимбергену и функциональной зависимости показателя научно – технического прогресса в соответствии с моделью, когда показатель научно – технического прогресса есть, в общем случае случайной функцией и функционально зависит от функции накопления информации в экономической системе; разработан алгоритм для этой математической модели товарообмена свободных товаропроизводителей, реализованный при помощи программного обеспечения MathCAD 14.

*Ключевые слова:* показатель научно – технического прогресса, мультипликативная производственная функция, коэффициент адаптации информации, коэффициент применения информации, закон накопления информации, инновационная экономика.

**Dubovikov N.**

**Mathematical model of innovative economy**

The mathematical model of barter of free commodity producers is developed on the basis of mathematical model of open market, the neoclassical model of economic growth of Robert Solow, the influence technological progress on J. Tinbergen and the model of functional dependence of index technological progress when technological progress is the exogenous factor of economic growth and reflects the law of accumulation of information in the economic system. The algorithm and program are developed for this mathematical model of innovative economy of barter of free commodity producers by means of software MathCAD.

*Keywords:* index technological progress, multifactor productivity, coefficient of adaptation of information, coefficient of application of information, law of accumulation of information, innovative economy.

**Рецензент:** Колосов А. М. – доктор економічних наук, професор кафедри «Менеджмент та економічна безпека» Східноукраїнського національного університету імені В. Даля, м. Луганськ, Україна.

**Reviewer:** Kolosov A. – Professor, Ph.D of Economics, professor of Management and economic security Department Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, Luhansk, Ukraine.

*e-mail:* an-kolosov@mail.ru

*Стаття подана  
08.05.2013 р.*

